ОТЗЫВ
официального оппонента

о диссертации Чернявского Михаила Михайловича «Аналитические методы приближенного и явного вычисления корней полиномов», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым она представлена к защите

Диссертация М.М.Чернявского посвящена разработке явных и приближенных методов вычисления и анализа корней многочленов, что относится к следующим областям: теория функций одной и многих вещественных переменных; теория функций одной и многих комплексных переменных, теория приближений и численный анализ. Это полностью соответствует специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, а также отрасли «физико-математические науки», по которым она представлена к защите.

Актуальность темы диссертации

Исследование корней алгебраических полиномов и способов их вычисления является многовековой классической задачей, которая привлекала внимание многих математиков, в том числе великих. Вычислению корней алгебраических полиномов с помощью пределов некоторых выражений, построенных по коэффициентам полинома, были посвящены работы таких знаменитых математиков, как Д.Бернулли, Л.Эйлер и Ж.Л.Лагранж. Идеи из работ этих великих математиков развивались и в XX веке, когда появилось большое число работ, в которых рассматривались явные предельные формулы для корней полиномов. Однако разработанные методы не являлись универсальными, они не всегда работали, скорость сходимости во многих случаях не оценивалась.

В диссертации развивается метод Бернулли–Эйлера–Лагранжа–Эйткена, в котором получено принципиальное и, в определенной степени, завершающее продвижение (глава 2); выводятся новые формулы общих корней пар полиномов (глава 3); анализируются корни трехчленных уравенний (глава 4).

Это свидетельствует о том, что тема диссертационной работы М.М.Чернявского является безусловно актуальной.

Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту

В главе 1 даётся содержательное изложение известных результатов, относящихся к теме диссертации.

В главе 2 разработан новый метод типа метода Бернулли–Эйлера–Лагранжа–Эйткена вычисления всех корней любого комплексного алгебраического полинома $P(z)$ с помощью пределов отношений некоторых определителей (как в методе Бернулли–Эйткена), которые строятся по тейлоровским и лорановским коэффициентам $P'(z)/P(z)$. Именно, если полином $P(z)$ имеет вид

$$P(z) = a_0 \prod_{j=1}^{p} (z - z_j)^{m_j},$$

причём $0 < |z_1| \leqslant \ldots \leqslant |z_r| < |z_{r+1}| \leqslant \ldots |z_p|$, по коэффициентам c_k разложения

$$\frac{P'(z)}{P(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$$

строятся определители Адамара $H_{k,r}$ и доказывается (теорема 2.3), что

$$\lim_{k\to\infty} H_{k,r}/H_{k+1,r} = z_1 \cdot \ldots \cdot z_r.$$

При этом условие $|z_r| < |z_{r+1}|$ является существенным (теорема 2.4) — если $|z_r| = |z_{r+1}|$, то предел $\lim_{k\to\infty} H_{k,r}/H_{k+1,r}$ не существует. Эти результаты позволяют вычислять корни полинома, начиная с наименьшего по модулю. С помощью лорановских разложений на бесконечности можно организовать подобную процедуру вычисления корней, начиная с наибольшего по модулю (раздел 2.3).

В главе 3 с помощью новых методов существенно развиваются исследования из монографии И.М.Гельфанда, М.М.Капранова, А.В.Зелевинского, а также И.А.Антиповой, Е.Н.Михалкина, А.К.Циха. Альтернативой результатам последних авторов является теорема 3.8. В данной главе построено разложение Тейлора для результантов $R(f, g)$ пар полиномов f и g, имеющих общие корни. Для общих корней пар полиномов и кратных корней полиномов получен ряд новых явных формул (они слишком громоздки, чтобы дублировать их в отзыве) с помощью продифференцированных результантов полиномов как функции многих переменных от их коэффициентов (раздел 3.1.5).

В главе 4 рассматриваются тричленные полиномы вида $x^n + px^m + q$. Здесь предлагается новый простой и универсальный метод анализа таких полиномов с действительными коэффициентами, основанный на приведении уравнения к

специальному виду, с коэффициентами, зависящими от одного параметра, который выражается через коэффициенты исходного полинома. Тричленные полиномы классифицируются по четности степеней n и m. Для каждого из случаев этой классификации проведен анализ разрешимости и описаны кратности корней полинома (теоремы 4.1–4.4).

Большинство результатов диссертации проиллюстрировано на конкретных примерах, которые показывают эффективность полученных теоретических результатов.

Основные результаты диссертации

Метод вычисления всех корней любого комплексного алгебраического полинома, основанный на вычислении пределов отношений определителей, построенных по разложениям Тейлора и Лорана логарифмической производной полинома.

Явные формулы для общих кратных корней пар полиномов, основанные на разложениях Тейлора для результанта пары полиномов как функции от их коэффициентов.

Метод для вычисления числа и определения локализации действительных решений трехчленных алгебраических уравнений произвольных степеней.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Результаты диссертации являются обоснованными и достоверными, что подтверждается их полными и строгими доказательствами в соответствии с правилами, принятыми в математике.

Опубликованность результатов диссертации в научной печати

Основные результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах, в том числе:

6 научных статей в изданиях, соответствующих п. 19 Положения о присуждении учёных степеней и присвоении учёных званий в Республике Беларусь,

8 статей в сборниках материалов научных конференций.

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК

Диссертация хорошо оформлена в издательской системе LaTeX, принятой в качестве мирового стандарта для математических текстов.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию

Диссертационная работа М.М.Чернявского носит теоретический и прикладной характер. Результаты могут быть использованы при дальнейшем развитии аналитической теории результантов и дискриминантов, и в учебном процессе при чтении спецкурсов по современному анализу. Они также могут применяться при практическом вычислении корней многочленов.

Результаты диссертации используются при организации учебного процесса в учреждении образования «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова» (акты внедрения приведены в диссертации).

Результаты диссертации могут быть использованы в Белорусском государственном университете, Гродненском государственном университете имени Янки Купалы и Гомельском государственном университете имени Франциска Скорины.

Замечания

Работа написана весьма тщательно и никаких существенных недостатков не обнаружно.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует

Содержание диссертационной работы, автореферат и опубликованные научные труды позволяют сделать заключение о том, что М.М.Чернявский является специалистом с научной квалификацией, позволяющей самостоятельно решать сложные задачи вещественного и комплексного анализа, и соответствует требованиям, предъявляемым к соискателям учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение

Диссертационная работа Чернявского Михаила Михайловича «Аналитические методы приближенного и явного вычисления корней полиномов» является научно-квалификационной работой и содержит новые научные теоретические результаты по актуальному направлению научных исследований – современным методам вычисления и анализа корней полиномов.

Она соответствует всем требованиям, установленным для диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук в пп. 20, 21 Положения о присуждении

ученых степеней и присвоении ученых званий Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь, утвержденного Указом Президента Республики Беларусь 17.11.2004 г. № 560 (в редакции Указа Президента Республики Беларусь от 02.06.2022 г. № 190), а ее автор Чернявский Михаил Михайлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ за

— метод вычисления всех корней любого комплексного алгебраического полинома, основанный на вычислении пределов отношений определителей, построенных по разложениям Тейлора и Лорана логарифмической производной полинома;

— явные формулы для общих кратных корней пар полиномов, основанные на разложениях Тейлора для результанта пары полиномов как функции от их коэффициентов;

— метод для вычисления количества и определения локализации действительных решений трехчленных алгебраических уравнений произвольных степеней.

10.09.2026

Официальный оппонент:
Вениамин Григорьевич Кротов,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01 — вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
профессор,
профессор кафедры теории функций
Белорусского государственного университета
Адрес: 220030, Республика Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 4, к. 139;
тел. +375-29-6111302; e-mail: vgkrotov@mail.ru

УДОСТОВЕРЯЮ
правления
ной работы и
онного обеспечения
Н.Б. Черкасская
2026