

О Т З Ы В

на автореферат диссертационной работы Поцейко Павла Геннадьевича
«Рациональные интегральные операторы на отрезке и методы суммирования»,
представленной на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.01. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория аппроксимации является одним из важнейших направлений математического анализа и нашла применение в различных областях математики и ее приложений. В теории аппроксимации широко используются полиномы Чебышева. Благодаря своим уникальным свойствам, таким как равномерное приближение, ортогональность и быстрота сходимости рядов, они являются незаменимыми для эффективного решения аппроксимационных задач. Естественным обобщением системы многочленов Чебышева является система алгебраических дробей Чебышева–Маркова, также обладающая рядом замечательных аппроксимационных свойств. Начало систематического исследования рациональной интерполяции и аппроксимации дробями Чебышева–Маркова было положено В. Н. Русаком и продолжено Е. А. Ровбой и его учениками.

В 1979 году Е. А. Ровба ввел интегральный оператор на отрезке $[-1, 1]$, ассоциированный с системой рациональных функций Чебышева – Маркова, который является естественным обобщением частичных сумм полиномиального ряда Фурье – Чебышева. Образом введенного оператора является рациональная функция, в связи с чем он получил название рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва. Построенный метод рациональной аппроксимации не нашел широкого применения при решении аппроксимационных задач. Его свойства не были изучены в должной мере. Поскольку известные классические методы суммирования Фейера, Валле Пуссена, Абеля – Пуассона могут быть представлены линейной комбинацией частичных сумм ряда Фурье с определенной треугольной матрицей коэффициентов, то возникает задача построения рациональных интегральных операторов Фейера, Валле Пуссена, Абеля – Пуассона, Рисса как методов суммирования рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва с соответствующими треугольными матрицами коэффициентов и исследования аппроксимационных свойств рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва и введенных операторов на классах непрерывных функций на отрезке $[-1, 1]$.

Диссертационная работа посвящена развитию методов рациональной аппроксимации, в основе которых лежит рациональный интегральный оператор Фурье – Чебышёва и, в частности, частичные суммы рядов Фурье по системе многочленов Чебышёва первого рода.

Диссертантом проведено детальное исследование аппроксимационных свойств рационального интегрального оператора Фурье–Чебышёва. Получен ряд глубоких результатов в оценке скорости поточечной и равномерной аппроксимации рациональными интегральными операторами Фурье–Чебышева в зависимости от количества полюсов дробей Чебышева–Маркова и их расположения.

Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и обозначений, введения, общей характеристики работы, шести глав, заключения и библиографического списка. В первой главе дан обзор результатов, связанных с тематикой диссертации.

Во второй главе «Аппроксимации функций Маркова» вводятся суммы Фейера, Валле Пуссена и Абеля – Пуассона рациональных интегральных операторов Фурье – Чебышёва и исследуются аппроксимации на классах функций Маркова. Получена близкая к наилучшей двухсторонняя оценка равномерных рациональных приближений рациональным интегральным оператором Фурье–Чебышёва. Для новых методов рациональной аппроксимации найдены оптимальные значения параметров, с которыми обеспечивается наибольшая скорость равномерных приближений.

В третьей главе «Аппроксимации сопряженных функций» исследованы аппроксимации сопряженной функции, с плотностью, имеющей степенную особенность. Построены суммы Фейера, Валле Пуссена, Абеля–Пуассона сопряженного рационального интегрального оператора

Фурье–Чебышева. Решена задача поиска оптимальных значений параметров, обеспечивающих наибольшую скорость аппроксимации этими суммами.

В четвертой главе «Аппроксимации интегралов Пуассона» исследованы аппроксимации на классах функций, задаваемых интегралом Пуассона на отрезке, с граничной функцией, имеющей степенную особенность, рациональным интегральным оператором Фурье – Чебышёва и его суммами Фейера и Валле Пуссена. Для каждого метода суммирования найдены асимптотически точные оценки аппроксимации.

В пятой главе «Аппроксимации сингулярного интеграла с ядром Коши и весом Чебышёва второго рода» исследованы аппроксимационные свойства рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева на классах функций, представимых сингулярными интегралами указанного вида. Полученные глубокие результаты позволяют сформулировать гипотезу о скорости наилучших равномерных рациональных приближений на классах сингулярных интегралов с ядром Коши и весом Чебышёва второго рода с плотностью, имеющей степенную особенность. Решена задача поиска оптимальных значений параметров, обеспечивающих наибольшую скорость аппроксимации суммами Абеля – Пуассона.

В шестой главе «Суммы Рисса и интегральные операторы Фурье – Чебышёва в рациональной аппроксимации функций со степенной особенностью» построены суммы Рисса и Зигмунда–Рисса рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева. Для каждого метода суммирования исследованы аппроксимационные свойства на классах функций со степенной особенностью. Найдены оптимальные значения параметров, при которых обеспечивается наибольшая скорость равномерных рациональных приближений введенными методами. Получены близкие к наилучшим двухсторонние оценки равномерных рациональных приближений функции со степенной особенностью рациональным интегральным оператором Фурье – Чебышёва.

Полученные в диссертационной работе результаты снабжены подробными доказательствами, практически во всех основных теоремах они технически довольно сложны. Тем не менее, диссертант уверенно преодолел трудности и продемонстрировал высокий уровень владения разнообразными асимптотическими методами действительного и комплексного анализа.

Можно констатировать, что диссертационная работа Поцейко Павла Геннадьевича представляет собой завершенное научное исследование, результаты которого будут интересны специалистам в теории приближений и прикладных областях математики. Все основные результаты диссертации являются новыми, они опубликованы в 19 статьях в рецензируемых журналах и представлены в тезисах международных конференций.

На основании вышесказанного считаю, что автор рассматриваемой диссертации, Поцейко Павел Геннадьевич, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Выражаю свое согласие на размещение направляемого мной отзыва на автореферат Поцейко П.Г. на сайте учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

Заведующий кафедрой математического анализа ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»
доктор физ.-мат. наук профессор

12 января 2026 г.

С.Р.Насыров

