

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
о диссертации Поцейко Павла Геннадьевича
«Рациональные интегральные операторы на отрезке
и методы суммирования»

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный
и функциональный анализ

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которой она представлена к защите, со ссылкой на область исследования паспорта соответствующей специальности, утвержденного ВАК

Диссертационная работа П. Г. Поцейко посвящена развитию методов рациональной аппроксимации на отрезке, в основе которых лежит рациональный интегральный оператор Фурье – Чебышёва. В ней решаются задачи получения оценок равномерных приближений рациональным интегральным оператором Фурье – Чебышёва, его суммами Фейера, Валле Пуссена, Абеля – Пуассона, Рисса, Зигмунда – Рисса на классах функций Маркова, классах сопряженных функций на отрезке, классах интегралов Пуассона, классах сингулярных интегралов с ядром типа Коши и весом Чебышёва второго рода и функций со степенной особенностью.

Диссертация П. Г. Поцейко на тему «Рациональные интегральные операторы на отрезке и методы суммирования» представляет собой самостоятельное научное исследование и соответствует п. 3 области исследований паспорта специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, отрасли науки «физико-математические науки» «Теория приближений и численный анализ» и соответствует требованиям п. 20, 21 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, утвержденного Указом Президента Республики Беларусь от 17 ноября 2004 г. № 560 (в ред. Указа от 02.06.2022 г. № 190).

Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа П. Г. Поцейко относится к теории рациональных аппроксимаций – одной из важнейших ветвей математического анализа, которая нашла широкое применение в различных областях математики, современной физики и ее многочисленных приложениях.

За последние 70 лет исследования аппроксимационных свойств рядов Фурье по полиномиальным ортогональным системам и различных методов их суммирования активно проводились многими известными математиками, среди которых В. К. Дзядык, И. М. Ганзбург, С. М. Никольский, Р. А. Райцин, Ю. И. Русецкий, А. И. Степанец, А. Ф. Тиман. В последние годы наблюдается повышенный интерес к таким исследованиям, обусловленный, в частности, открытием новых ортогональных систем, интересных с точки зрения приложений в различных областях алгебры, анализа и современной физики, и появлением новых методов изучения этих систем.

Важно отметить, что, в отличие от полиномиального случая, рациональные обобщения классических полиномиальных рядов Фурье и методов их суммирования, а также их приложения к решению аппроксимационных задач не получили должного развития и до сих пор остаются не исследованными в полной мере. Точные по порядку оценки приближений найдены лишь для немногих классов функций в периодическом случае. В последние годы ортогональные системы рациональных функций и рациональные ряды Фурье вызывают большой интерес у исследователей как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения их приложений в современной физике. Построению новых методов рациональной аппроксимации, уходящих своими корнями в классические ряды Фурье и методы их суммирования, и решению ряда задач теории рациональной аппроксимации введенными методами посвящена диссертационная работа П. Г. Поцейко.

Учитывая все вышесказанное, актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.

Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту

Диссертационная работа представляет собой развитие и систематизацию конкретной области в рамках теории аппроксимаций, а именно, теории рациональных аппроксимаций на основе систем Чебышёва – Маркова.

В диссертации разработан новый подход к рациональной аппроксимации, который в общих чертах можно описать следующим образом. На нескольких классах непрерывных на отрезке $[-1,1]$ функций, имеющих лучшее (по сравнению с полиномиальной) свойство рациональной аппроксимации, рассматривается последовательность интегральных операторов, так называемых рациональных интегральных операторов Фурье – Чебышёва, представляющих частичные суммы ряда Фурье по ортогональной на отрезке $[-1,1]$ системе рациональных функций Чебышёва – Маркова. В качестве рациональных аппроксимаций данной функции рассматриваются средние Фейера, Валле Пуссена, Абея – Пуассона, Рисса или Зигмунда – Рисса указанных частичных сумм и подробно исследованы их аппроксимационные свойства. Поскольку при этом подходе рассматриваются подпоследовательности последовательности частичных сумм данного ряда Фурье, то можно сказать, что в диссертации для рассмотренных классов функций обнаружена и детально изучена сверхсходимости этого ряда к исходной функции относительно указанных классических методов суммирования.

Из сказанного следует, что диссертационная работа содержит принципиально новые научные результаты, состоящие в построении методов рациональной аппроксимации на отрезке, основанных на последовательности рациональных интегральных операторов Фурье – Чебышёва и ее суммах, совокупность которых является крупным достижением в теории приближений. Они представляют безусловный научный интерес и имеют

важное значение для дальнейшего развития теории рациональной аппроксимации и ее приложений.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации

Основные результаты диссертации сформулированы в виде теорем, которые строго доказаны. Достоверность полученных результатов и выводов подтверждена примерами и их согласованностью с общепринятыми теоретическими положениями и с известными результатами других авторов. Выводы, сделанные в диссертации, аргументированы и опираются на доказанные теоремы. Поэтому их достоверность не вызывает сомнений.

Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию

Содержащиеся в диссертационной работе результаты имеют теоретический характер. Они могут быть использованы в исследованиях по теории аппроксимации функций и численному анализу. Также возможно их применение для решения конкретных задач вычислительной математики и при чтении спецкурсов на математических факультетах.

Практическая значимость результатов исследований подтверждается их применением в учебном процессе учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы» (акты о внедрении от 17.11.2023 № 03-8/064, 26.11.2024 № 03-8/035).

Опубликованность результатов диссертации в научной печати

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 35 научных работах, из них 19 – статьи в научных изданиях, соответствующих п. 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (22,5 авт. л.), 14 – статьи в сборниках материалов научных конференций (2,99 авт. л.) и 2 – тезисы докладов конференций (0,06 авт. л.). Общий объем опубликованных статей составляет 25,55 авт. л.

Следует отметить, что в статьях П. Г. Поцейко, написанных в соавторстве, результаты которых вошли в диссертацию, принципиальный научный вклад принадлежит соискателю. Результаты других соавторов этих статей не входят в положения, выносимые на защиту, и перечень основных полученных соискателем результатов.

Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК

Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с требованиями инструкции ВАК Беларуси, предъявляемыми к оформлению автореферата и кандидатских диссертаций. Материал диссертации изложен логично и математически строго. В конце каждой главы приводятся основные результаты, полученные в этой главе. Автореферат в целом достаточно полно и адекватно отражает содержание диссертации.

Замечания по диссертации

Математических погрешностей в диссертации не обнаружено.

Можно сделать следующее терминологическое замечание. Поскольку интегральный оператор, названный в диссертации интегральным оператором Фурье – Чебышёва, ассоциирован с системой рациональных функций Чебышёва – Маркова, его более естественно называть интегральным оператором Фурье – Чебышёва – Маркова.

В историческом обзоре стоило бы упомянуть, что класс функций, названных в работе [159] функциями типа Маркова – Стильтьеса, отличается от функций Маркова, рассмотренных в диссертации.

Эти замечания, а также небольшое количество опечаток не являются существенными и никоим образом не умаляют научной значимости полученных в диссертации результатов.

Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует

Анализ работы позволяет сделать вывод о соответствии научной квалификации П. Г. Поцейко ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Вывод

Диссертация Поцейко Павла Геннадьевича «Рациональные интегральные операторы на отрезке и методы суммирования» соответствует требованиям п. 20, 21 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий, утвержденного Указом Президента Республики Беларусь 17.11.2004 г. № 560 (в редакции Указа Президента Республики Беларусь от 02.06.2022 г. № 190), является квалификационной научной работой по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Павел Геннадьевич Поцейко заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук за следующие полученные им результаты.

- Построение сумм Фейера, Валле Пуссена, Абеля – Пуассона, Рисса и Зигмунда – Рисса рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва и получение интегральных представлений соответствующих приближений для классов функций Маркова, интегралов Пуассона на отрезке и функций, представимых сингулярным интегралом с ядром Коши и весом Чебышёва второго рода.

- Построение сопряженного рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва, его сумм Фейера, Валле Пуссена и Абеля – Пуассона и получение интегральных представлений соответствующих приближений для классов сопряженных функций на отрезке.

- Получение оценок равномерных рациональных приближений на отрезке с помощью рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва на классах функций Маркова, функций, представимых интегралом Пуассона и сингулярным интегралом типа Коши с весом Чебышёва второго рода, а также функций со степенной особенностью.

- Получение оценок равномерных рациональных приближений на отрезке с помощью сопряженного рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва на классах сопряженных функций с плотностью, имеющей степенную особенность, а также асимптотические оценки мажорант равномерных рациональных приближений на этом классе данным оператором и соответствующими ему суммами Фейера, Валле Пуссена и Абеля – Пуассона.

- Получение эффективных оценок сверху равномерных рациональных приближений на отрезке с помощью рационального интегрального оператора Фурье – Чебышёва на классах функций Маркова, функций, представимых сингулярным интегралом типа Коши с весом Чебышёва второго рода, а также функций со степенной особенностью.

Указанные результаты являются принципиально новыми, поскольку получены новым методом рациональной аппроксимации важных классов функций, базирующимся на обнаруженной автором свехсходимости рядов Фурье по системе рациональных функций Чебышёва – Маркова относительно классических методов суммирования. Они служат концептуальному развитию теории рациональной аппроксимации, а их совокупность является крупным достижением в конструктивной теории функций.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений учреждения
образования «Гомельский государственный
университет имени Франциска Скорины»

А. Р. Миротин

22.01.2026



Подпіс *Миротин А.Р.*
ЗАВЯРАЮ
пачаць аддзела кадраў установы
адукацыі «Гомельскі дзяржаўны
універсітэт імя Францыска Скарыны»

А. Р. Миротин
22.01.2026