

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

о диссертации Поцейко Павла Геннадьевича

“Рациональные интегральные операторы на отрезке и методы суммирования”  
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный  
анализ

**Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым она представлена к защите**

Диссертация П.Г. Поцейко “Рациональные интегральные операторы на отрезке и методы суммирования” соответствует специальности и отрасли науки, по которым она представлена к защите.

### **Актуальность темы диссертации**

Теория аппроксимации является одним из важнейших направлений математического анализа. В диссертационной работе изучаются далеко идущие обобщения полиномиальной аппроксимации, восходящей к исследованиям П. Л. Чебышева. Хорошо известно, что система множеств Чебышева, наименее уклоняющихся от нуля, ортогональна с весом  $(1 - x^2)^{-1/2}$ . Тем самым интегральный оператор Фурье–Чебышева представляет собой частичную сумму ряда Фурье по ортогональной системе (ряда Фурье–Чебышева). Если вместо системы многочленов Чебышева рассмотреть систему алгебраических дробей Чебышева–Маркова, то полученная система будет, вообще говоря, не ортогональной, но имеющей в сравнении с полиномиальной лучшие аппроксимационные свойства. Начало систематического исследования рациональной интерполяции и аппроксимации дробями Чебышева–Маркова было положено В. Н. Русаком и продолжено Е. А. Ровбой и его учениками. Диссертационная работа П.Г. Поцейко посвящена развитию методов рациональной аппроксимации, базирующихся на применении рациональных интегральных операторов Фурье–Чебышева и методов их суммирования на различных классах непрерывных функций на отрезке, а также поиску новых классов непрерывных функций, отражающих особенности рациональной аппроксимации. Тематика диссертации, без сомнения, носит актуальный характер.

**Степень новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту**

Диссертантом проведено детальное исследование аппроксимационных свойств рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева, введенного Е. А. Ровбой. В отличие от полиномиального интегрального оператора, основанного на многочленах Чебышева, рациональный интегральный оператор Фурье–Чебышева ассоциирован с системой рациональных дробей Чебышева–Маркова. Диссертантом получен ряд глубоких результатов в оценке скорости поточечной и равномерной аппроксимации рациональными интегральными операторами Фурье–Чебышева в зависимости от количества полюсов дробей Чебышева–Маркова и

их расположения.

Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и обозначений, введения, общей характеристики работы, шести глав, заключения и библиографического списка. В первой главе дан обзор результатов, связанных с тематикой диссертации.

Во второй главе получена близкая к окончательной двусторонняя оценка равномерной аппроксимации рациональным интегральным оператором Фурье–Чебышева функций Маркова. Построены суммы Фейера, Валле Пуссена, Абеля–Пуассона на классах функций Маркова. Решена задача поиска оптимальных значений параметров, обеспечивающих наибольшую скорость аппроксимации этими суммами.

В третьей главе получена оценка аппроксимации сопряженной функции, имеющей степенную особенность. Построены суммы Фейера, Валле Пуссена, Абеля–Пуассона сопряженного рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева. Решена задача поиска оптимальных значений параметров, обеспечивающих наибольшую скорость аппроксимации этими суммами.

В четвертой главе получена оценка аппроксимации интеграла Пуассона с граничной функцией, имеющей степенную особенность. Построены суммы Фейера и Валле Пуссена на классах функций, представимых интегралом Пуассона. Для каждого метода суммирования найдены асимптотически точные оценки аппроксимации на классах интегралов Пуассона.

В пятой главе исследованы аппроксимационные свойства рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева на классах функций, представимых сингулярными интегралами. Построены суммы Абеля–Пуассона на этих классах. Решена задача поиска оптимальных значений параметров, обеспечивающих наибольшую скорость аппроксимации этими суммами.

В шестой главе построены суммы Рисса и Зигмунда–Рисса рационального интегрального оператора Фурье–Чебышева. Для каждого метода суммирования исследованы аппроксимационные свойства на классах функций со степенной особенностью.

Все результаты диссертации, выносимые на защиту, являются новыми.

### **Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации**

Результаты диссертации корректно сформулированы и снабжены строгими подробными доказательствами, что подтверждает обоснованность выводов диссертационной работы.

### **Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию**

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут найти применение в теории аппроксимации функций, численном анализе и вычисли-

тельной математике. Результаты диссертации могут быть интересны специалистам, работающим в Белорусском государственном университете, Гродненском государственном университете им. Янки Купалы, Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова и других университетах и научно-образовательных математических центрах, при проведении научных исследований и чтении спецкурсов для студентов и аспирантов.

### **Опубликованность результатов диссертации в научной печати**

Результаты диссертации опубликованы в 35 научных работах, из них 19 – статьи в научных изданиях, соответствующих п. 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (22,5 авт. л.).

Все выносимые на защиту результаты диссертации опубликованы в научных изданиях, соответствующих п. 19 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь.

### **Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК**

Диссертационная работа и автореферат П.Г. Поцейко оформлены в соответствии с Инструкцией ВАК по оформлению диссертации и автореферата. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

### **Замечания по диссертации**

Текст диссертации содержит небольшое количество опечаток, что не влияет на общую высокую оценку работы.

### **Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует**

Анализ результатов диссертации позволяет констатировать высокую научную квалификацию П.Г. Поцейко. Практически все теоремы диссертации технически довольно сложны. Тем не менее соискатель уверенно преодолел технические трудности и продемонстрировал высокий уровень владения разнообразными асимптотическими методами действительного и комплексного анализа. Вышесказанное позволяет сделать вывод, что научная квалификация П.Г. Поцейко соответствует требованиям о присуждении ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

### **Заключение**

Диссертационная работа Поцейко Павла Геннадьевича представляет собой завершенное научное исследование, результаты которого будут интересны специалистам в теории приближений и прикладных областях математики. Результаты являются новыми и актуальными, они корректно сформулированы и снабжены подробными доказательствами.

Работа выполнена на высоком научном уровне, соответствует требованиям

ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, и п. 20 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь. Диссертация соответствует п. 21 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь, а именно посвящена концептуальному развитию актуального направления в теории рациональной аппроксимации.

Считаю, что Поцейко Павел Геннадьевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ за следующие научно обоснованные результаты в теории аппроксимации:

1. Разработка новых методов рациональных аппроксимаций на отрезке, основанных на суммировании рациональных интегральных операторов Фурье–Чебышева с треугольными матрицами коэффициентов, соответствующих методам суммирования Фейера, Валле Пуссена, Абеля–Пуассона, Рисса и Зигмунда–Рисса;

2. Введение сопряженного рационального интегрального оператора Фурье – Чебышева, его сумм Фейера, Валле Пуссена и Абеля–Пуассона и изучение аппроксимационных свойств разработанных методов рациональной аппроксимации на классах сопряженных функций;

3. Нахождение наилучших оценок равномерных рациональных приближений на классах функций со степенной особенностью, функций Маркова, интегралов Пуассона на отрезке, функций, задаваемых сингулярным интегралом с ядром Коши и весом Чебышева второго рода, рациональными интегральными операторами Фурье–Чебышева и введенными методами рациональной аппроксимации.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры математического анализа  
Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова

А.П. Солодов

*Подпись А.П. Солодова*  
*Вер. спец. 5 от проф. Марозова Н.А.*